

A 59 – a OLIMPIADĂ DE MATEMATICĂ A REPUBLICII MOLDOVA

Chișinău, 2 martie 2015

Prima probă de evaluare pentru OBM2015 și OIM2015

B1. Să se determine toate funcțiile $f : N^* \rightarrow N^*$ care satisfac egalitatea $f(m \cdot f(n)) = n + f(2015 \cdot m)$ pentru orice valori $m, n \in N^*$.

B2. Cercul de centru I este înscris în triunghiul ABC și atinge laturile (BC) , (CA) și (AB) în punctele D , E și, respectiv F . Bisectoarea unghiului BIC intersectează latura (BC) în punctul M , iar bisectoarea unghiului EDF taie segmentul (EF) în punctul N . Demonstrați că punctele A , M și N sunt coliniare

B3. Fie p un număr prim impar fixat. Să se determine cea mai mică valoare posibilă a expresiei $E_p(x, y) = \sqrt{2p} - \sqrt{x} - \sqrt{y}$, unde x și y sunt numere întregi pozitive astfel încât $\sqrt{x} + \sqrt{y} \leq \sqrt{2p}$.

B4. În câte moduri diferite pot fi alese și colorate în roșu exact k vârfuri într-un poligon cu n laturi, astfel încât să nu existe două vârfuri vecine colorate în roșu?

Timp de lucru: 4 ore 30 minute.

Fiecare problemă rezolvată corect se apreciază cu 7 puncte.

MULT SUCCES!

59 – ая МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА РЕСПУБЛИКИ МОЛДОВА

Кишинэу, 2 марта 2015 года

Первый отборочный тур для БМО2015 и ММО2015

В1. Найдите все функции $f: N^* \rightarrow N^*$, удовлетворяющие равенству $f(m \cdot f(n)) = n + f(2015 \cdot m)$ при любых значениях $m, n \in N^*$.

В2. Окружность с центром I вписана в треугольнике ABC и касается сторон (BC) , (CA) и (AB) в точках D , E и F соответственно. Биссектриса угла BIC пересекает сторону (BC) в точке M , а биссектриса угла EDF пересекает отрезок (EF) в точке N . Докажите, что точки A , M и N расположены на одной и той же прямой.

В3. Пусть задано простое нечетное число p . Найти наименьшее возможное значение выражения $E_p(x, y) = \sqrt{2p} - \sqrt{x} - \sqrt{y}$, где x и y целые положительные числа такие, что $\sqrt{x} + \sqrt{y} \leq \sqrt{2p}$.

В4. Сколькими различными способами можно выбрать и покрасить в красный цвет ровно k вершин некоторого n -угольника так, чтобы не существовали две соседние вершины, покрашенные в красный цвет?

Время работы: 4 часа 30 минут

Каждая правильно решенная задача оценивается 7 очками.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХОВ!