

A 60-a OLIMPIADĂ DE MATEMATICĂ A REPUBLICII MOLDOVA

Chişinău, 27 martie 2016

A treia probă de evaluare pentru OBM 2016 şi OIM 2016

B9. Fie $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$. Determinaţi cea mai mică valoare numerică posibilă a expresiei

$$P = (1 + \cos \alpha) \left(1 + \frac{1}{\sin \alpha}\right) + (1 + \sin \alpha) \left(1 + \frac{1}{\cos \alpha}\right).$$

B10. Fie $A_1 A_2 \dots A_{14}$ un poligon regulat cu 14 laturi. Demonstraţi că dreptele $A_1 A_3$, $A_5 A_{11}$ şi $A_6 A_9$ sunt concurente.

B11. Fie patrulaterul inscriptibil $ABCD$. Cercul de diametru AB intersectează dreptele CA , CB , DA şi DB în punctele E , F , G şi, respectiv H (toate diferite de A şi B). Dreptele EF şi GH se intersectează în punctul I . Demonstraţi că bisectoarea unghiului GIF şi dreapta CD sunt perpendiculare.

B12. În plan sunt date 2016 cercuri distincte, toate fiind de rază 1. Să se arate că dintre ele oricând pot fi selectate 27 de cercuri astfel încât: sau oricare două cercuri selectate se intersectează între ele, sau nici o pereche dintre cercurile selectate nu se intersectează între ele.

Timp alocat - 4,5 ore astronomice

Fiecare problemă rezolvată corect se apreciază cu 7 puncte.

MULT SUCCES!

60-ая МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА РЕСПУБЛИКИ МОЛДОВА

Кишинев, 27 марта 2016 года

Третий отборочный тур для БМО 2016 и ММО 2016

В9. Пусть $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$. Найдите наименьшее возможное числовое значение выражения $P = (1 + \cos \alpha) \left(1 + \frac{1}{\sin \alpha}\right) + (1 + \sin \alpha) \left(1 + \frac{1}{\cos \alpha}\right)$.

В10. Пусть $A_1A_2 \dots A_{14}$ правильный 14-многоугольник. Докажите, что прямые A_1A_3 , A_5A_{11} и A_6A_9 пересекаются в одной и той же точке.

В11. Пусть задан вписанный четырехугольник $ABCD$. Окружность с диаметром AB пересекает прямые CA , CB , DA и DB в точках E , F , G и H соответственно (все отличные от A и B). Прямые EF и GH пересекаются в точке I . Докажите, что биссектриса угла GIF и прямая CD перпендикулярны.

В12. На плоскости даны 2016 различных окружностей, все имеющие радиус 1. Показать, что среди них всегда можно выбрать 27 окружностей так, чтобы: либо любые две выбранные окружности пересекаются между собой, либо ни одна пара из выбранных окружностей не пересекается между собой.

Время выполнения – 4,5 астрономических часа

Каждая правильно решенная задача оценивается в 7 баллов.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХОВ!